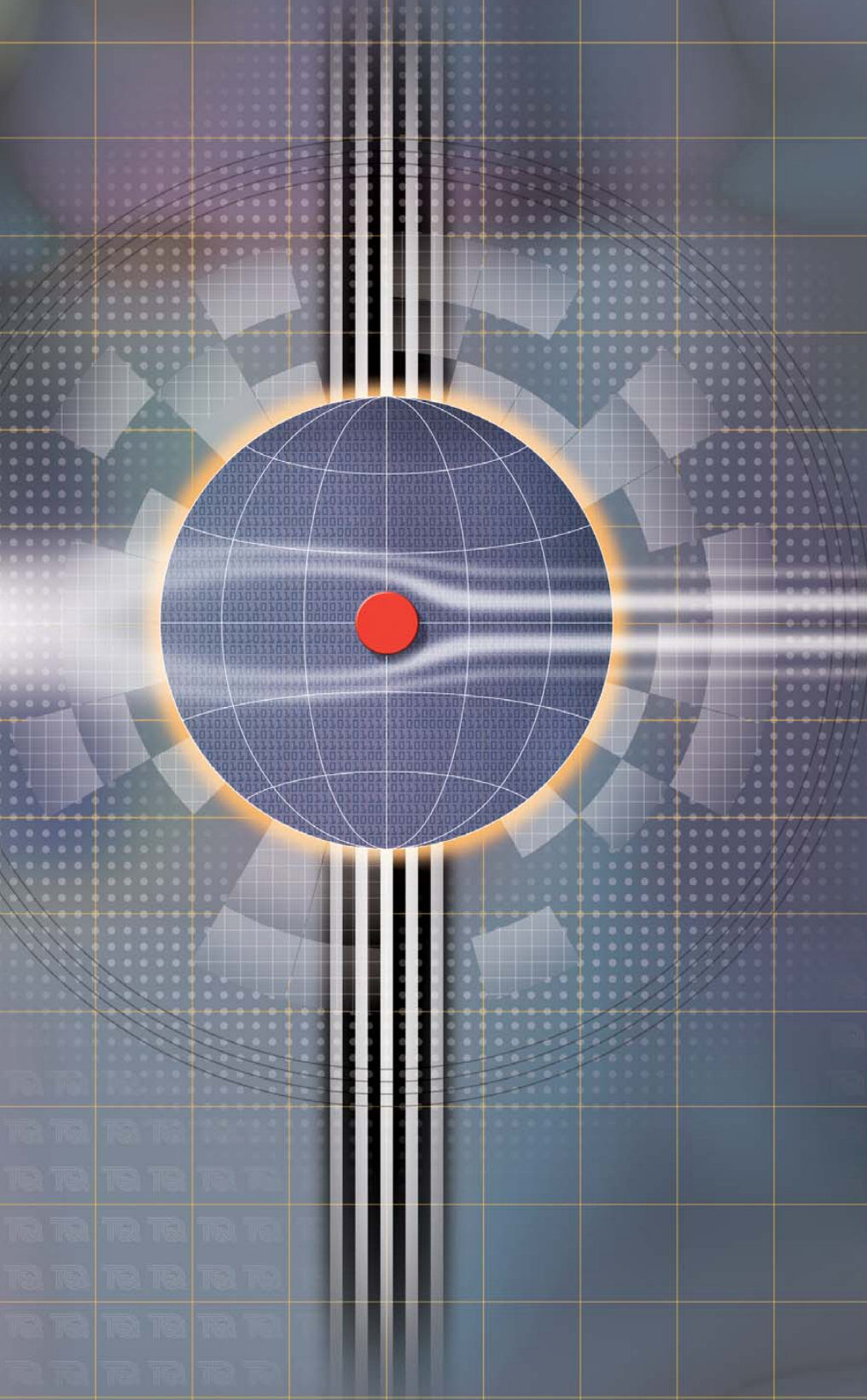


# TRANSFERENCIA DE CALOR POR RADIACIÓN

8



12

Transferencia de calor por Radiación

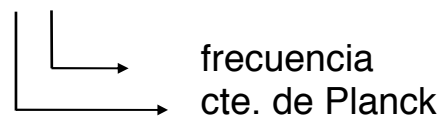
000

# 1. INTRODUCCIÓN

- **Radiación:** Energía emitida y transferida a distancia entre los cuerpos cuando éstos están excitados por diversas causas.
- **Radiación Térmica:** Radiación inducida por la excitación térmica (estado térmico) de la materia. Toda materia a temperatura superior a 0K emite radiación térmica.
- **Teorías explicativas del transporte por radiación (dualidad onda/partícula):** No precisa materia para transferirse pudiendo propagarse a través del vacío.

a) **Teoría Cuántica o Fotónica:** Se emite y se recibe en forma de partículas (fotones) o cuantos de energía

Energía de un fotón:  $e = h \nu$  (Relación de Planck)



b) **Teoría Electromagnética:** Propagación mediante una superposición de ondas electromagnéticas de distintas frecuencias.

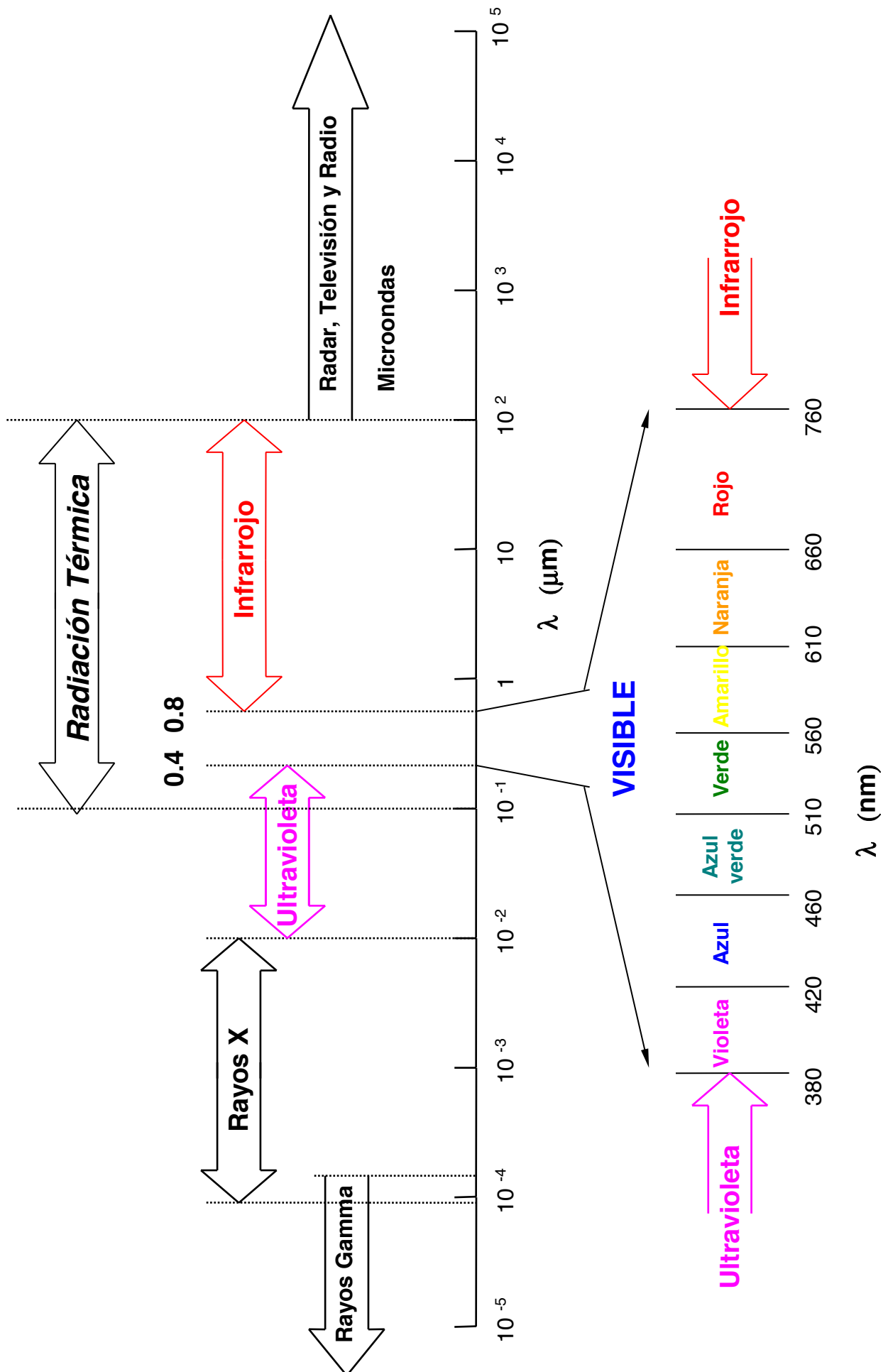
Vel. de propagación en el vacío:  $c_0 = 2.99776 \times 10^8 \text{ m/s}$

Vel. de propagación en otro medio: Función de n

$$\text{Índice de Refracción} \rightarrow n = \frac{c_0}{c} \quad c = \lambda \cdot \nu$$

aire y gases	$n = 1$
líquidos y sólidos	$n \cong 1,5$

**LA RADIACIÓN TÉRMICA ES UNA FRACCIÓN DEL ESPECTRO ELECTROMAGNÉTICO**



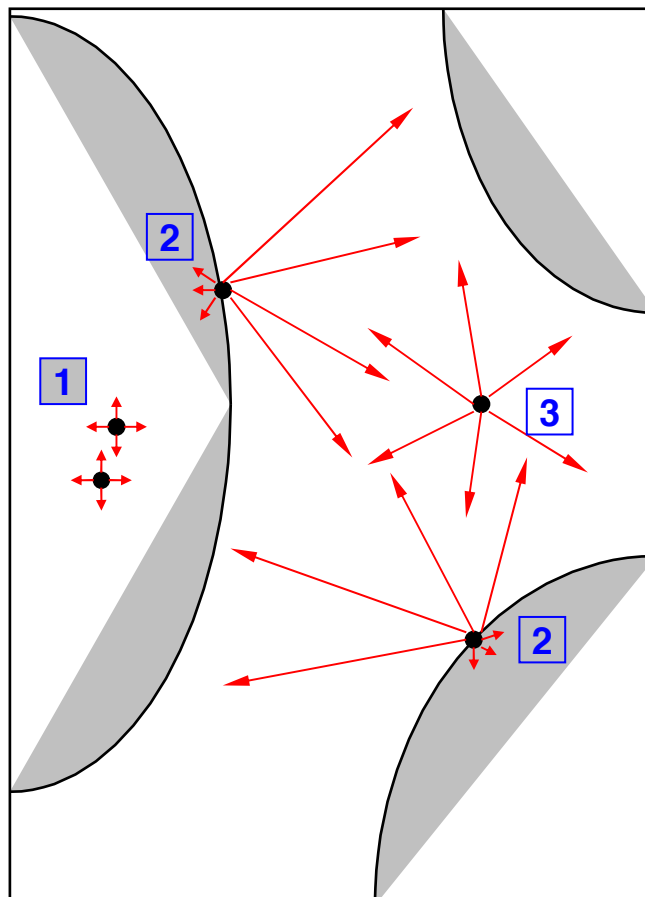
- **Comportamiento de la materia frente a la radiación:**

**a) Volumétrico:** Baja absorción de la radiación en la materia, por tanto se propaga a través de ella (gases, materia semitransparente, cristales, etc.)

### RADIACIÓN EN PRESENCIA DE UN MEDIO PARTICIPATIVO

**b) Superficial:** Fuerte absorción de la radiación en la materia, por tanto no se propaga a través de ella (sólidos y líquidos habitualmente). Sólo intervienen las superficies libres con otros medios semitransparentes.

### RADIACIÓN ENTRE SUPERFICIES EN PRESENCIA DE MEDIOS NO PARTICIPATIVOS



- **Diferencias con Conducción y Convección:**

⇒ **No necesita medio material para transmitirse:**

En el vacío es el único fenómeno que aparece en la condición de contorno

**(aplicaciones aeroespaciales, superaislantes)**

⇒ **No origina gradiente continuo de temperaturas**

⇒ **El intercambio es proporcional a  $T_i^4 - T_j^4$  (T en K)**

A altas temperaturas es el mecanismo dominante

**(calderas, hornos, energía solar, etc.)**

- **Naturaleza de la Radiación y de sus Magnitudes:**

⇒ **Espectral:** Función de la longitud de onda del espectro electromagnético

- **Monocromáticas:** Para cada longitud de onda
- **Totales:** Integradas para todo el espectro

⇒ **Direccional:** Función de la dirección de propagación

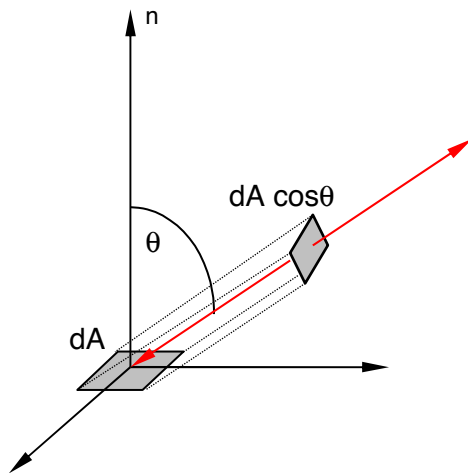
- **Direccionales:** Para cada dirección
- **Semiesféricas:** Integradas en todo el semiespacio visto por la superficie

## 2. DEFINICIONES DE MAGNITUDES RADIANTES

### INTENSIDAD DE RADIACIÓN

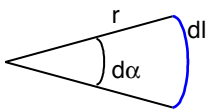
$$I_{ox,\lambda} \text{ [W/m}^2\mu\text{m}\cdot\text{sr]}$$

Densidad de flujo de calor radiante transferido en una dirección por unidad de área normal a la dirección de propagación, por unidad de ángulo sólido y para una determinada longitud de onda.

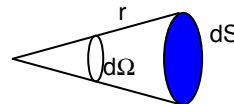


$$I_{OX,\lambda} = \frac{dQ_{OX,\lambda}}{dA \cdot \cos \theta \cdot d\Omega}$$

### ÁNGULO PLANO / ÁNGULO SÓLIDO

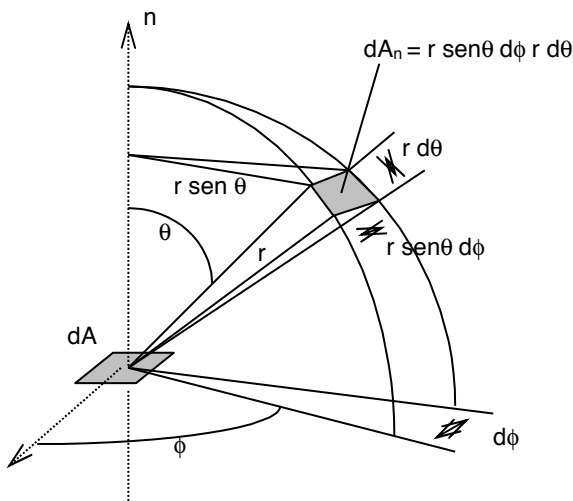


$$d\alpha = \frac{dl}{r}$$



$$d\Omega = \frac{dS}{r^2}$$

En coordenadas esféricas:

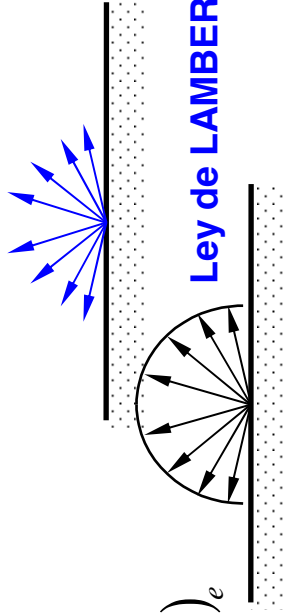


$$d\Omega = \frac{r \cdot \text{sen} \theta \cdot d\phi \cdot r \cdot d\theta}{r^2} = \text{sen} \theta \cdot d\phi \cdot d\theta$$

$$I_{OX,\lambda} = \frac{dQ_{OX,\lambda}}{dA \cdot \cos \theta \cdot \text{sen} \theta \cdot d\theta \cdot d\phi}$$

**EMITANCIA** ( $E_\lambda$ ): Radiación emitida por unidad de superficie para cada  $\lambda$

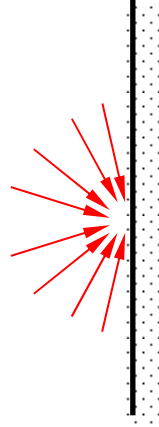
$$E_\lambda = \frac{dQ_\lambda}{dA} \Big|_e = \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (I_{ox,\lambda})_e \cos\theta \cdot \text{sen}\theta \cdot d\theta \cdot d\phi$$



Si Intensidad emitida no depende de la dirección  $\rightarrow E_\lambda = \pi(I_\lambda)_e$   
(Superficies Difusas)

**IRRADIACIÓN** ( $G_\lambda$ ): Radiación recibida por unidad de superficie para cada  $\lambda$

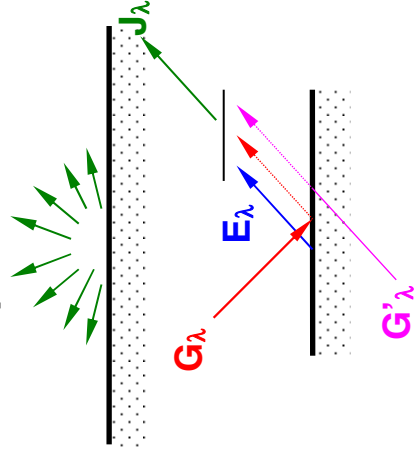
$$G_\lambda = \frac{dQ_\lambda}{dA} \Big|_i = \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (I_{ox,\lambda})_i \cos\theta \cdot \text{sen}\theta \cdot d\theta \cdot d\phi$$



Si Intensidad incidente no depende de la dirección  $\rightarrow G_\lambda = \pi(I_\lambda)_i$

**RADIOSIDAD** ( $J_\lambda$ ): Radiación que abandona la unidad de superficie para cada  $\lambda$

$$J_\lambda = \frac{dQ_\lambda}{dA} \Big|_{e+r+t} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (I_{ox,\lambda})_{e+r+t} \cos\theta \cdot \text{sen}\theta \cdot d\theta \cdot d\phi$$



Si Intensidad saliente no depende de la dirección  $\rightarrow J_\lambda = \pi(I_\lambda)_{e+r+t}$

Estas tres magnitudes se pueden también expresar como magnitudes **Totales** integrando en todo el espectro de longitudes de onda:

$$E = \int_0^{\infty} E_{\lambda} d\lambda; \quad G = \int_0^{\infty} G_{\lambda} d\lambda; \quad J = \int_0^{\infty} J_{\lambda} d\lambda$$

En realidad:  $\int_0^{\infty} \longrightarrow \int_{0,1}^{100}$

**RESUMEN:**

	SEMIESFÉRICA	DIRECCIONAL
TOTAL	$E \quad G \quad J$	
MONOCROMÁTICA	$E_{\lambda} \quad G_{\lambda} \quad J_{\lambda}$	$(I_{ox,\lambda})_e$ $(I_{ox,\lambda})_i$ $(I_{ox,\lambda})_{e+r+t}$

$$\int_0^{\infty}$$

$$\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2}$$



### 3. LEYES DE LA RADIACIÓN TÉRMICA

#### EL CUERPO NEGRO

Es un cuerpo IDEAL caracterizado por:

- Absorbe TODA la radiación que le llega independientemente de  $\lambda$  y de la dirección. ( $J_{\lambda}^0 = E_{\lambda}^0$ )
- Para cada Temperatura y  $\lambda$  emite la máxima energía radiante termodinámicamente posible.
- Es un emisor difuso. ( $E_{\lambda}^0 = \pi \cdot I_{\lambda}^0$ )

Se utiliza como patrón de comparación de cuerpos reales.

#### LEY DE PLANCK

Expresa la Emitancia de un cuerpo negro en función  $\lambda$  y de T

$$E_{\lambda}^0 = \frac{C_1}{\lambda^5 \left( e^{C_2/\lambda T} - 1 \right)}$$

$$C_1 = 2\pi hc_0^2 \quad (3.742 \cdot 10^8 \text{ W } \mu\text{m}^4 / \text{m}^2)$$

h: cte. de Planck

$$C_2 = hc_0 / k \quad (14388 \mu\text{m K})$$

k: cte. de Boltzmann

#### **Características de la función de PLANCK:**

- La radiación emitida varía continuamente con  $\lambda$
- $E_{\lambda}^0$  aumenta si T aumenta (para cualquier  $\lambda$ )
- La emitancia máxima se da a menores  $\lambda$  conforme aumenta T

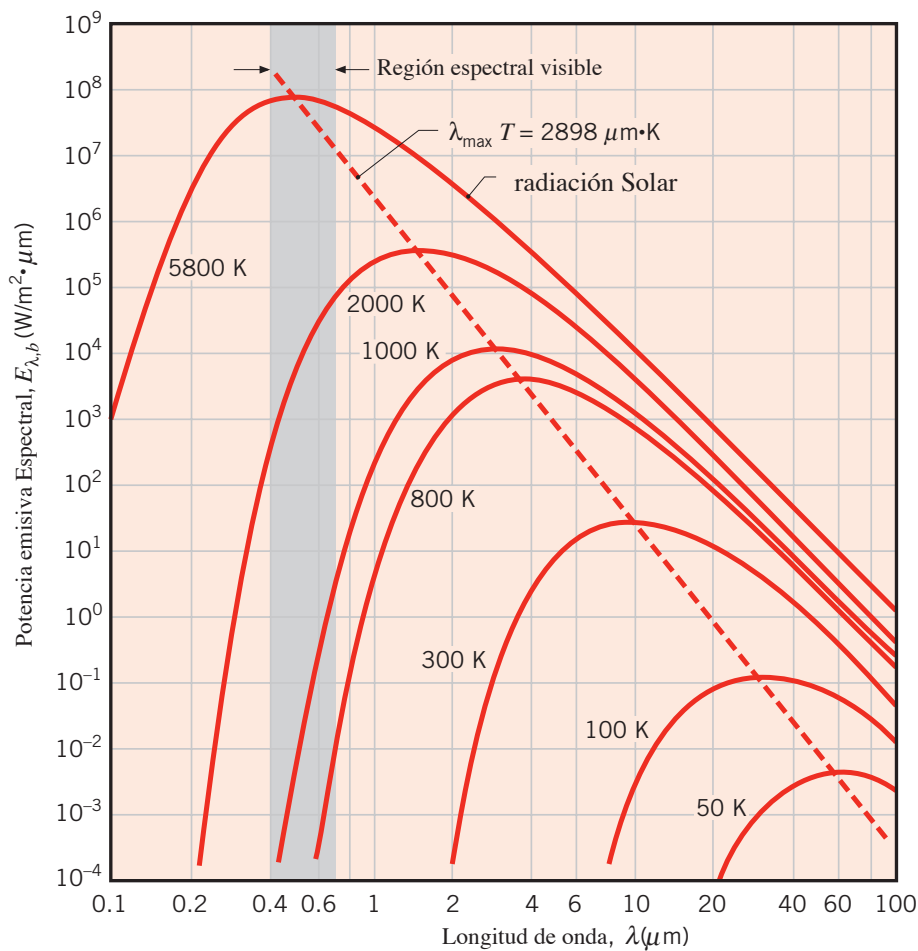
## LEYES DE WIEN

### 1. Ley del desplazamiento de los máximos

$$\lambda_{\max} \cdot T = 2898 \text{ } \mu\text{m} \cdot \text{K}$$

### 2. Valor máximo de la Emitancia (para $\lambda_{\max}$ )

$$E_{\lambda_{\max}}^0 = 1.287 \cdot 10^{-11} \cdot T^5 \text{ W/m}^2 \cdot \mu\text{m}$$



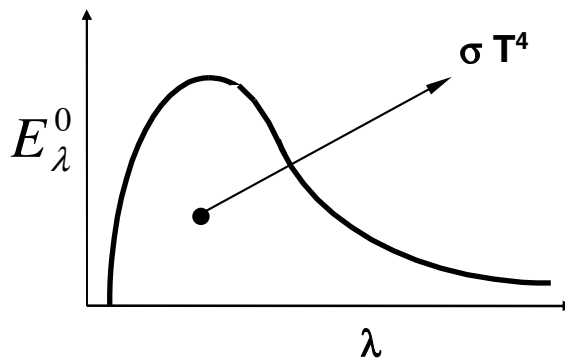
Potencia emisiva espectral del cuerpo negro

## LEY DE STEFAN - BOLTZMANN

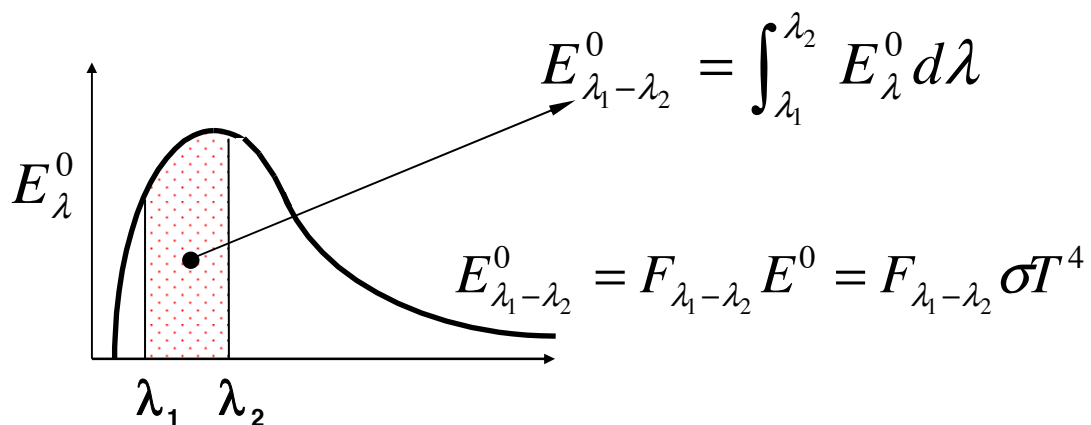
Proporciona la Emitancia Total del Cuerpo Negro en función de la Temperatura.

$$E^0 = \int_0^{\infty} E_{\lambda}^0 d\lambda = \sigma T^4$$

$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{ K}^4$  **Constante de Stefan-Boltzmann**



Entre 2 longitudes de onda:



Se define:

$$F_{\lambda_1-\lambda_2} = \frac{E_{\lambda_1-\lambda_2}^0}{\sigma T^4} = \frac{\int_0^{\lambda_2} E_{\lambda}^0 d\lambda - \int_0^{\lambda_1} E_{\lambda}^0 d\lambda}{\sigma T^4} = F_{0-\lambda_2} - F_{0-\lambda_1}$$

$$F_{0-\lambda_i} = \frac{\int_0^{\lambda_i} E_{\lambda}^0 d\lambda}{\sigma T^4} = \frac{1}{\sigma T^4} \int_0^{\lambda_i} \frac{C_1}{\lambda^5 (e^{C_2/\lambda T} - 1)} d\lambda =$$

$$\frac{1}{\sigma} \int_0^{\lambda_i} \frac{TC_1 d\lambda}{(\lambda T)^5 (e^{C_2/\lambda T} - 1)} = \frac{1}{\sigma} \int_0^{\lambda_i T} \frac{C_1 d\lambda'}{(\lambda')^5 (e^{C_2/\lambda'} - 1)}$$

$$(\lambda' = \lambda \cdot T)$$

**TABULADA**

$\lambda T$ ( $\mu\text{m}\cdot\text{K}$ )	$F_{0\rightarrow\lambda}$	$\lambda T$ ( $\mu\text{m}\cdot\text{K}$ )	$F_{0\rightarrow\lambda}$	$\lambda T$ ( $\mu\text{m}\cdot\text{K}$ )	$F_{0\rightarrow\lambda}$	$\lambda T$ ( $\mu\text{m}\cdot\text{K}$ )	$F_{0\rightarrow\lambda}$	$\lambda T$ ( $\mu\text{m}\cdot\text{K}$ )	$F_{0\rightarrow\lambda}$
200	.000000	2600	.183135	5000	.633786	7400	.829580	13000	.955210
400	.000000	2800	.227908	5200	.658011	7600	.839157	14000	.962970
600	.000000	3000	.273252	5400	.680402	7800	.848060	15000	.969056
800	.000016	3200	.318124	5600	.701090	8000	.856344	16000	.973890
1000	.000321	3400	.361760	5800	.720203	8500	.874666	18000	.980939
1200	.002134	3600	.403633	6000	.737864	9000	.890090	20000	.985683
1400	.007791	3800	.443411	6200	.754187	9500	.903147	25000	.992299
1600	.019720	4000	.480907	6400	.769234	10000	.914263	30000	.995427
1800	.039345	4200	.516046	6600	.783248	10500	.923775	40000	.998057
2000	.066735	4400	.548830	6800	.796180	11000	.931956	50000	.999045
2200	.100897	4600	.579316	7000	.808160	11500	.939027	75000	.999807
2400	.140268	4800	.607597	7200	.819270	12000	.945167	100000	1.00000

Fracción radiante entre  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$ :

**Blackbody(T,  $\lambda_1, \lambda_2$ )**

Emitancia monocromática del cuerpo negro:

**Eb(T,  $\lambda$ )**

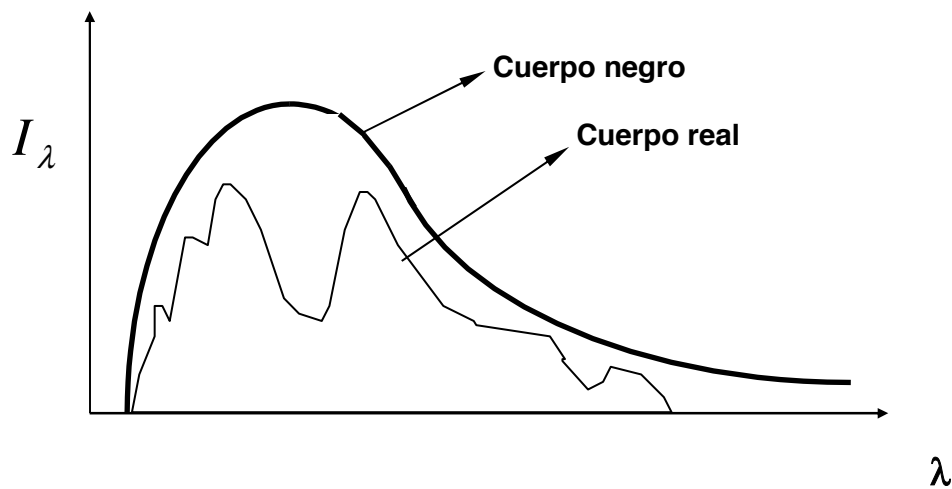
## 4. PROPIEDADES RADIANTES SUPERFICIALES

Establecen la relación entre el comportamiento de los Cuerpos Reales y el comportamiento del Cuerpo Negro.

(Se determinan experimentalmente)

### EMISIVIDAD

$\epsilon$  f(Naturaleza, Temperatura, Estado superficial)



Relaciona la EMISIÓN del Cuerpo Real y del Cuerpo Negro en las mismas condiciones de temperatura.

**1) EMISIVIDAD MONOCROMÁTICA DIRECCIONAL**

$$\epsilon_{\text{ox},\lambda} = \frac{(I_{\text{ox},\lambda})_e}{I_{\lambda}^0}$$

**2) EMISIVIDAD MONOCROMÁTICA SEMIESFÉRICA**

$$\epsilon_{\lambda} = \frac{E_{\lambda}}{E_{\lambda}^0}$$

$$\epsilon_{\lambda} = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (I_{\text{ox},\lambda})_e \cos\theta \cdot \text{sen}\theta \cdot d\theta \cdot d\phi}{\pi I_{\lambda}^0} = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \epsilon_{\text{ox},\lambda} I_{\lambda}^0 \cos\theta \cdot \text{sen}\theta \cdot d\theta \cdot d\phi}{\pi I_{\lambda}^0}$$

como el Cuerpo Negro es difuso :

$$\epsilon_{\lambda} = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \epsilon_{\text{ox},\lambda} \cos\theta \cdot \text{sen}\theta \cdot d\theta \cdot d\phi}{\pi}$$

**3) EMISIVIDAD TOTAL SEMIESFÉRICA**

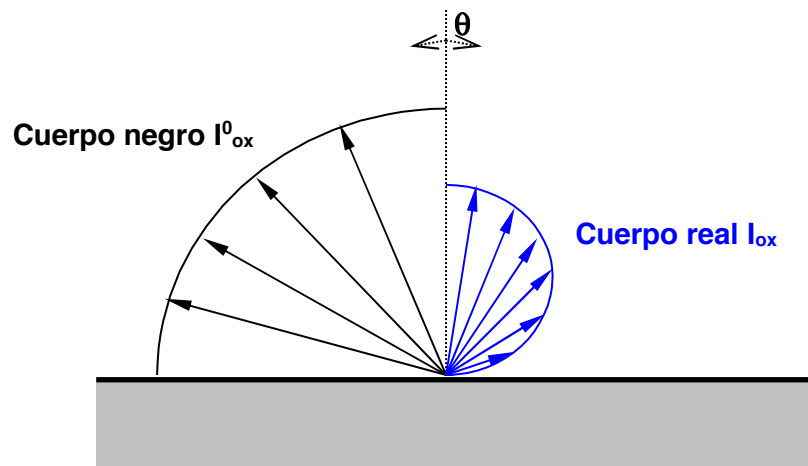
$$\epsilon = \frac{E}{E^0}$$

$$\epsilon = \frac{\int_0^{\infty} E_{\lambda} d\lambda}{\sigma T^4} = \frac{\int_0^{\infty} \epsilon_{\lambda} E_{\lambda}^0 d\lambda}{\sigma T^4}$$

**SON ADIMENSIONALES Y ESTÁN COMPRENDIDAS [0, 1]**

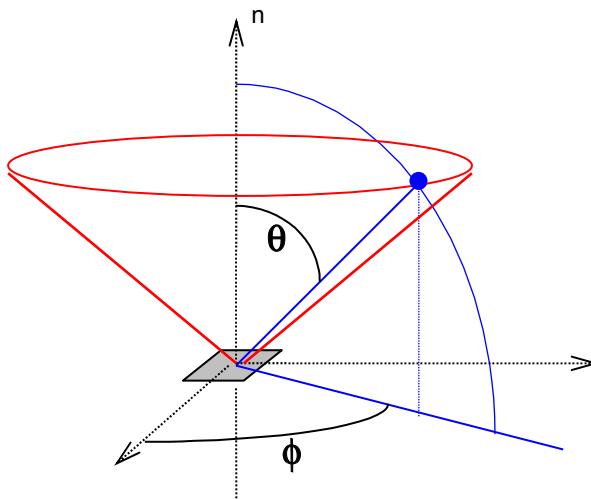
## DEPENDENCIA DIRECCIONAL DE $\epsilon$ ( $\epsilon_{\text{ox},\lambda}$ )

**EMISOR DIFUSO:  $\epsilon$  no depende de  $\vec{OX}$**

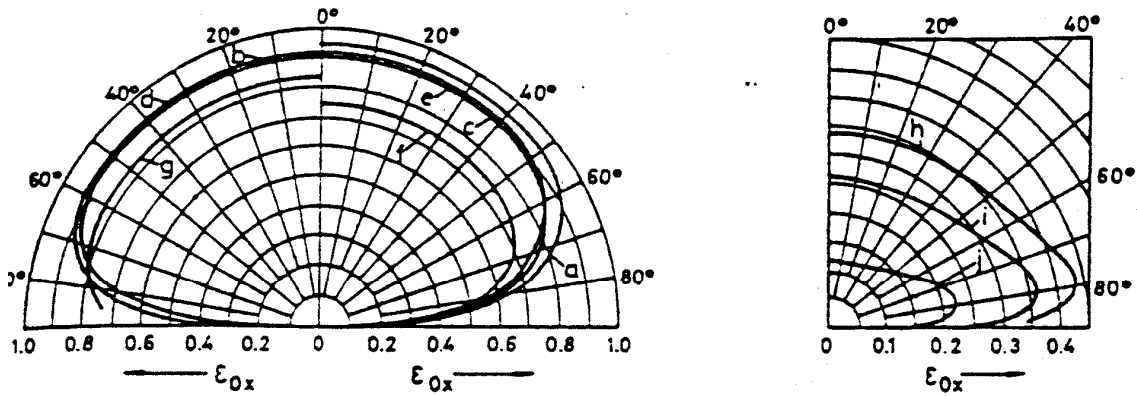


**Para la mayoría de los cuerpos reales:**

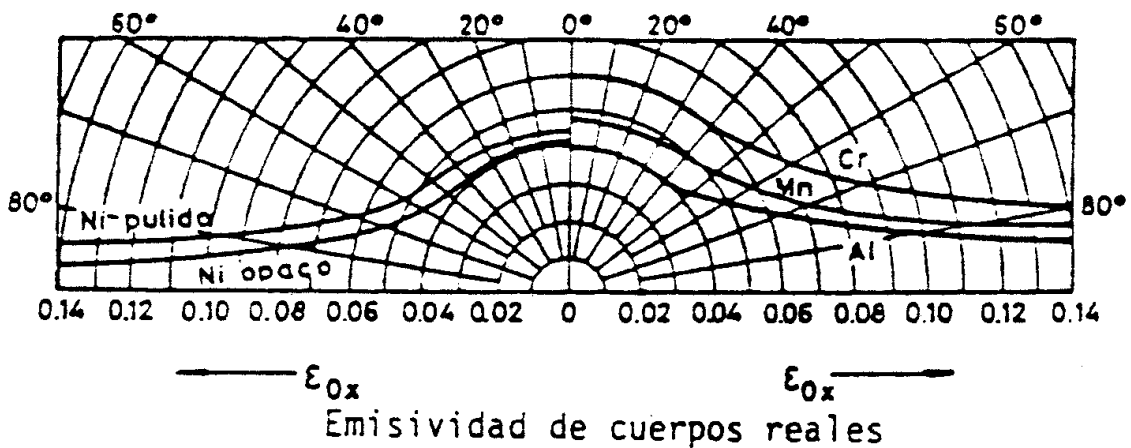
- La  $\epsilon_{\text{ox}}$  no depende de  $\phi$
- La  $\epsilon_{\text{ox}}$  presenta patrones comunes con  $\theta$



**Indicatrices de emisión para cuerpos reales dieléctricos y conductores:**



a:hielo fundido, b:madera, c:vidrio, d: papel, e:arcilla, f:óxido de cobre, g: oxido de aluminio, h: bismuto, i: aluminio-bronce, j:hierro



Se suele expresar en función de  $\theta = 0$   $[\epsilon_{\theta=0}]$

**En no conductores**  $0.9 \cdot \epsilon_{\theta=0} < \epsilon < 1.0 \cdot \epsilon_{\theta=0}$

**En conductores**  $1.0 \cdot \epsilon_{\theta=0} < \epsilon < 1.3 \cdot \epsilon_{\theta=0}$

Ensuciamiento, envejecimiento, oxidación, deterioro, rugosidad, etc. → superficies difusas

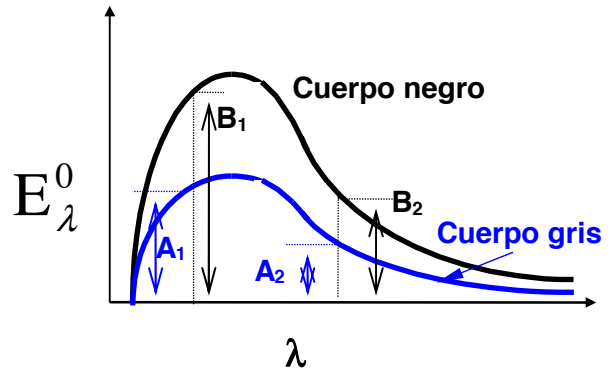


**DEPENDENCIA ESPECTRAL DE  $\epsilon$**

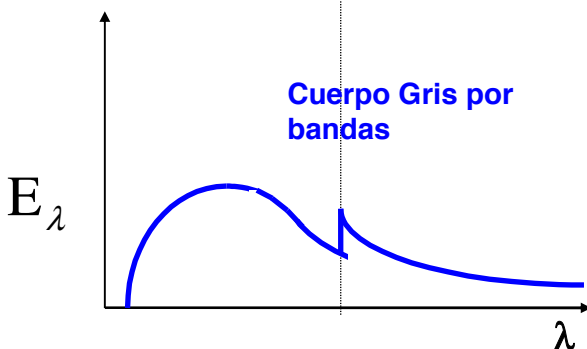
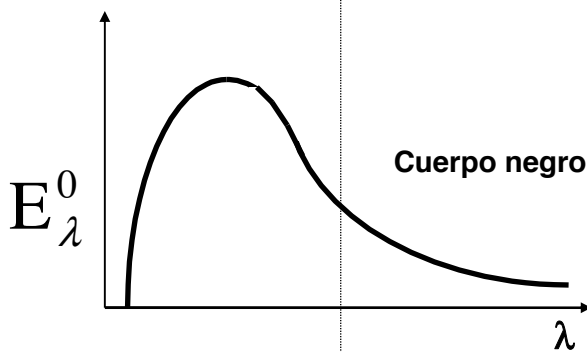
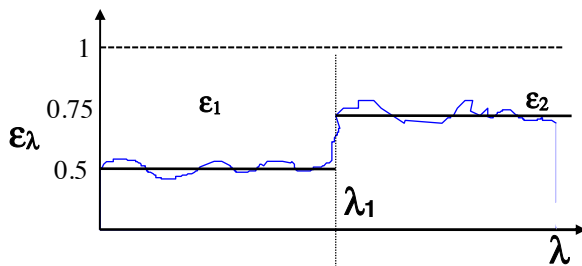
- **CUERPO GRIS:**  $\epsilon_\lambda \neq f(\lambda)$

$$\epsilon = \epsilon_\lambda$$

$$\frac{A_1}{B_1} = \frac{A_2}{B_2} = \epsilon$$



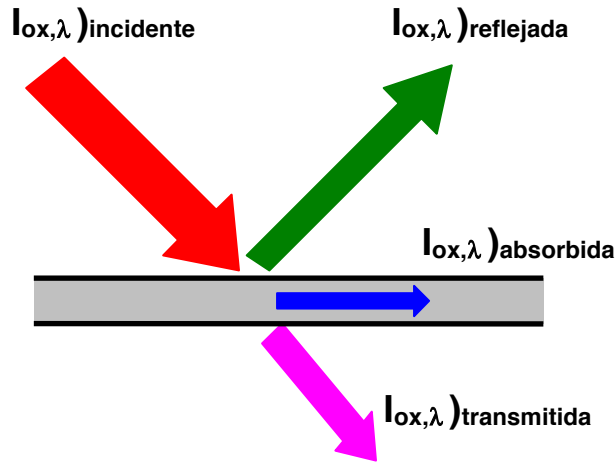
- **CUERPO GRIS POR BANDAS:**  $\epsilon_\lambda \neq f(\lambda)$  en bandas



Desde  $0 - \lambda_1$   
 $\epsilon_\lambda = \epsilon_1 = \text{cte} = 0,5$

Desde  $\lambda_1 - \infty$   
 $\epsilon_\lambda = \epsilon_2 = \text{cte} = 0,75$

## COMPORTAMIENTO DE CUERPOS REALES FRENTE A LA RADIACIÓN INCIDENTE



**ABSORTIVIDAD  $\alpha$  = Fracción absorbida =  $\frac{\text{Intensidad absorbida}}{\text{Intensidad incidente}}$**

**REFLECTIVIDAD  $\rho$  = Fracción reflejada =  $\frac{\text{Intensidad reflejada}}{\text{Intensidad incidente}}$**

**TRANSMISIVIDAD  $\tau$  = Fracción transmitida =  $\frac{\text{Intensidad transmitida}}{\text{Intensidad incidente}}$**

$\alpha$  es Direccional

$\rho$  y  $\tau$  son Bidireccionales  $\rightarrow$  dirección incidente



Para una determinada dirección incidente:

$$\alpha_{ox,\lambda} + \int \rho_{ox,\lambda} d\Omega + \int \tau_{ox,\lambda} d\Omega = 1$$

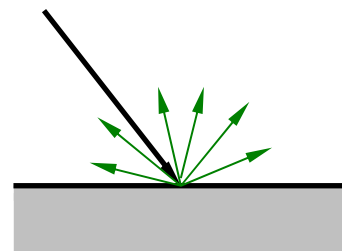
$$\alpha_{\lambda} + \bar{\rho}_{\lambda} + \tau_{\lambda} = 1$$

$$\alpha + \bar{\rho} + \tau = 1$$

Medios Opacos ( $\tau=0$ )

$$\alpha_{\lambda} + \bar{\rho}_{\lambda} = 1$$

$$\alpha + \bar{\rho} = 1$$



## **ABSORTIVIDAD**

**MONOCROMÁTICA DIRECCIONAL**

$$\alpha_{\text{ox},\lambda} = \frac{(I_{\text{ox},\lambda})_{\text{absorbida}}}{(I_{\text{ox},\lambda})_{\text{incidente}}}$$

**MONOCROMÁTICA SEMIESFÉRICA**

$$\alpha_{\lambda} = \frac{(G_{\lambda})_{\text{absorbido}}}{G_{\lambda}}$$

$$\alpha_{\lambda} = \frac{\iint (I_{\text{ox},\lambda})_{\text{abs}} \cdot \cos \theta \cdot \text{sen} \theta \cdot d\theta \cdot d\phi}{\iint (I_{\text{ox},\lambda})_i \cdot \cos \theta \cdot \text{sen} \theta \cdot d\theta \cdot d\phi} = \frac{\iint \alpha_{\text{ox},\lambda} (I_{\text{ox},\lambda})_i \cdot \cos \theta \cdot \text{sen} \theta \cdot d\theta \cdot d\phi}{\iint (I_{\text{ox},\lambda})_i \cdot \cos \theta \cdot \text{sen} \theta \cdot d\theta \cdot d\phi}$$

**TOTAL SEMIESFÉRICA**

$$\alpha = \frac{(G)_{\text{absorbido}}}{G}$$

$$\alpha = \frac{\int_0^{\infty} G_{\lambda}|_{\text{abs}} d\lambda}{G} = \frac{\int_0^{\infty} \alpha_{\lambda} G_{\lambda} d\lambda}{\int_0^{\infty} G_{\lambda} d\lambda}$$

**LA ABSORTIVIDAD DEPENDE DE:**

- |   |  |   |
|---|--|---|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Naturaleza</li> <li>• Estado superficial</li> <li>• Temperatura</li> </ul> |  | del cuerpo $(\alpha_{\text{ox},\lambda})$ |
|---|--|---|

**Y además:**

- De la radiación incidente que a su vez es función del Nivel Térmico y características de todas las demás superficies del recinto

**REFLECTIVIDAD**

**MONOCROMÁTICA DIRECCIONAL**

$$\rho_{\text{ox},\lambda} = \frac{(I_{\text{ox},\lambda})_{\text{reflejada}}}{(I_{\text{ox},\lambda})_{\text{incidente}}}$$

**MONOCROMÁTICA SEMIESFÉRICA**

$$\rho_{\lambda} = \frac{(G_{\lambda})_{\text{reflejada}}}{G_{\lambda}}$$

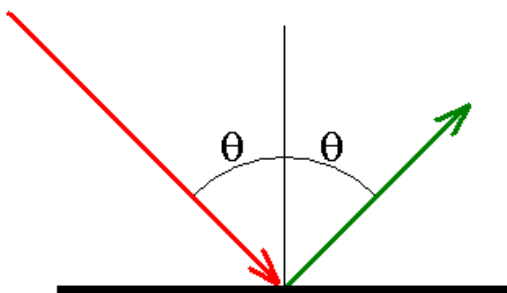
$$\rho_{\lambda} = \frac{\iint (I_{\text{ox},\lambda})_{\text{ref}} \cdot \cos\theta \cdot \text{sen}\theta \cdot d\theta \cdot d\phi}{\iint (I_{\text{ox},\lambda})_i \cdot \cos\theta \cdot \text{sen}\theta \cdot d\theta \cdot d\phi} = \frac{\iint \rho_{\text{ox},\lambda} (I_{\text{ox},\lambda})_i \cdot \cos\theta \cdot \text{sen}\theta \cdot d\theta \cdot d\phi}{\iint (I_{\text{ox},\lambda})_i \cdot \cos\theta \cdot \text{sen}\theta \cdot d\theta \cdot d\phi}$$

**TOTAL SEMIESFÉRICA**

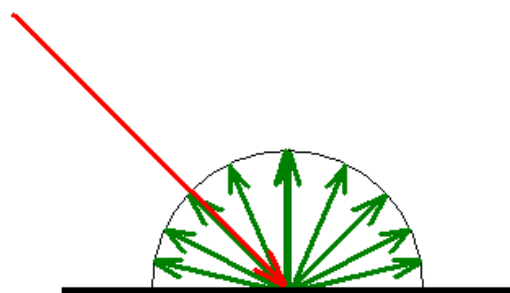
$$\rho = \frac{(G)_{\text{reflejada}}}{G}$$

$$\rho = \frac{\int_0^{\infty} G_{\lambda}|_{\text{ref}} d\lambda}{G} = \frac{\int_0^{\infty} \rho_{\lambda} G_{\lambda} d\lambda}{\int_0^{\infty} G_{\lambda} d\lambda}$$

**Tipos extremos de reflexiones:**



**Reflexión Especular**



**Reflexión Difusa**

**TRANSMISIVIDAD**

**MONOCROMÁTICA DIRECCIONAL**

$$\tau_{\text{OX},\lambda} = \frac{(I_{\text{ox},\lambda})_{\text{transmitida}}}{(I_{\text{ox},\lambda})_{\text{incidente}}}$$

**MONOCROMÁTICA SEMIESFÉRICA**

$$\tau_{\lambda} = \frac{(G_{\lambda})_{\text{transmitida}}}{G_{\lambda}}$$

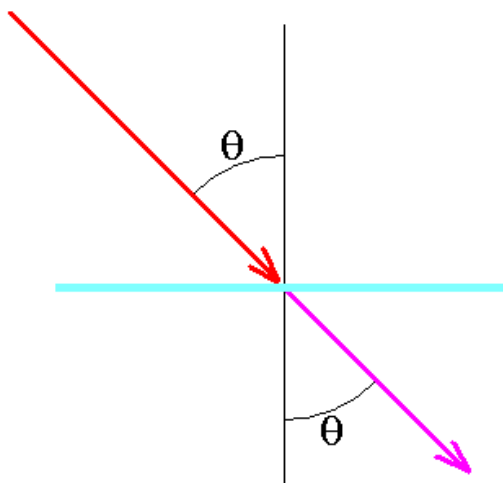
$$\tau_{\lambda} = \frac{\iint (I_{\text{ox},\lambda})_{\text{trans}} \cdot \cos\theta \cdot \text{sen}\theta \cdot d\theta \cdot d\phi}{\iint (I_{\text{ox},\lambda})_i \cdot \cos\theta \cdot \text{sen}\theta \cdot d\theta \cdot d\phi} = \frac{\iint \tau_{\text{ox},\lambda} (I_{\text{ox},\lambda})_i \cdot \cos\theta \cdot \text{sen}\theta \cdot d\theta \cdot d\phi}{\iint (I_{\text{ox},\lambda})_i \cdot \cos\theta \cdot \text{sen}\theta \cdot d\theta \cdot d\phi}$$

**TOTAL SEMIESFÉRICA**

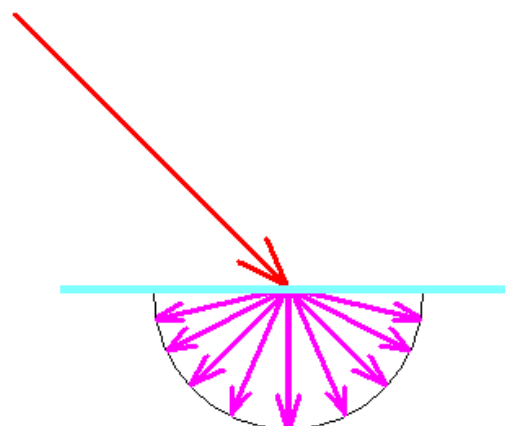
$$\tau = \frac{(G)_{\text{transmitida}}}{G}$$

$$\tau = \frac{\int_0^{\infty} G_{\lambda}|_{\text{trans}} d\lambda}{G} = \frac{\int_0^{\infty} \tau_{\lambda} G_{\lambda} d\lambda}{\int_0^{\infty} G_{\lambda} d\lambda}$$

**Tipos extremos de transmisiones:**



**Transmisión Vítre**



**Transmisión Difusa**

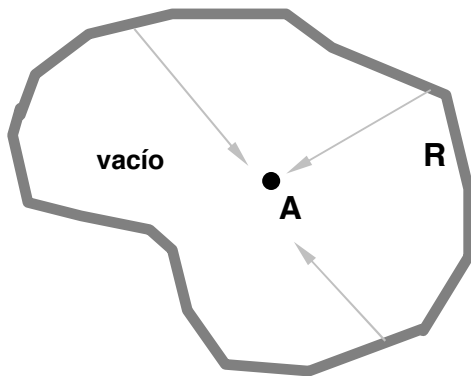
## 5. LEY DE KIRCHHOFF

Supongamos un recinto de grandes dimensiones negro, en cuyo interior se encuentra un elemento A pequeño.

En equilibrio, la temperatura del recinto es  $T_R = T_A$  y el

balance sobre el elemento A es nulo:  $\sum Q = 0$

Hacemos el vacío en el interior.



$$Q_{\text{emitido}} = Q_{\text{absorbido}}$$

Sea S el área del elemento A

$$Q_{\text{emitido}} = E_A \cdot S = \epsilon_A \cdot E_A^0 \cdot S$$

$$Q_{\text{absorbido}} = \alpha_A \cdot G \cdot S$$

$$\epsilon_A \cdot E_A^0 \cdot S = \alpha_A \cdot G \cdot S$$

$$G = \int_0^\infty \int_0^{\pi/2} \int_0^{2\pi} I_{\text{ox},\lambda} \cdot \cos \theta \cdot \text{sen} \theta \cdot d\theta \cdot d\phi \cdot d\lambda$$

$I_{\text{ox},\lambda}$  procede del recinto que es un Cuerpo Negro:

$$\epsilon_A E_A^0 = \alpha_A \iiint \frac{E_\lambda^0}{\pi} \cos \theta \cdot \text{sen} \theta \cdot d\theta \cdot d\phi \cdot d\lambda =$$

$$\epsilon_A E_A^0 = \frac{\alpha_A}{\pi} \int_0^\infty E_\lambda^0 d\lambda \underbrace{\iint \cos \theta \cdot \text{sen} \theta \cdot d\theta \cdot d\phi}_\pi$$

$$\boxed{\epsilon_A = \alpha_A}$$

**Kirchhoff enunció una relación sin condiciones para magnitudes direccionales y monocromáticas:**

A) Siempre ocurre que

$$\alpha_{\text{ox},\lambda} = \varepsilon_{\text{ox},\lambda}$$

B.1) Si el cuerpo está irradiado difusamente :

$$\alpha_{\lambda} = \frac{\iint I_{\text{ox},\lambda} \cdot \alpha_{\text{ox},\lambda} \cos \theta \cdot \text{sen } \theta \cdot d\theta \cdot d\phi}{\iint I_{\text{ox},\lambda} \cos \theta \cdot \text{sen } \theta \cdot d\theta \cdot d\phi} = \varepsilon_{\lambda}$$

$$\varepsilon_{\lambda} = \alpha_{\lambda}$$

B.2) Si el cuerpo es emisor y absorbedor difuso

$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon_{\lambda} = \varepsilon_{\text{ox},\lambda} \\ \alpha_{\lambda} = \alpha_{\text{ox},\lambda} \end{array} \right\} \varepsilon_{\lambda} = \alpha_{\lambda}$$

C) Además si el CUERPO es GRIS (lo que no sucede casi nunca) y SE CUMPLE B.1) o B.2) :

$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon = \varepsilon_{\lambda} \\ \alpha = \alpha_{\lambda} \end{array} \right\} \alpha = \varepsilon$$

## Formulario: TRANSFERENCIA DE CALOR POR RADIACIÓN

### Distribución de Planck

La distribución espectral de un cuerpo negro:

$$I_{\lambda,b}(\lambda, T) = \frac{2hc_o^2}{\lambda^5 \left[ \exp\left(\frac{hc_o}{\lambda kT}\right) - 1 \right]} \quad (\text{ec. 13.19})$$

donde  $h = 6.6256 \cdot 10^{-34}$  J s y  $k = 1.3805 \cdot 10^{-23}$  J/K,  $c_o = 2.998 \cdot 10^8$  m/s, y  $T$  es la temperatura absoluta del cuerpo negro (K). Como el cuerpo negro es un emisor difuso, su potencia emisiva espectral se calculará como:

$$E_{\lambda,b}(\lambda, T) = \pi I_{\lambda,b}(\lambda, T) = \frac{C_1}{\lambda^5 \left[ \exp\left(\frac{C_2}{\lambda T}\right) - 1 \right]} \quad (\text{ec. 13.20})$$

donde  $C_1 = 2\pi hc_o^2 = 3.742 \cdot 10^8$  W  $\mu\text{m}^4/\text{m}^2$  y  $C_2 = hc_o/k = 1.439 \cdot 10^4$   $\mu\text{m}/\text{K}$ .

### Ley de desplazamiento de Wien

$$\lambda_{max} T = C_3 \quad \text{donde:} \quad C_3 = 2897.8 \mu\text{m K} \quad (\text{ec. 13.21})$$

### Ley de Stefan-Boltzmann

$$E_b = \sigma T^4 \quad \text{donde:} \quad \sigma = 5.670 \cdot 10^{-8} \text{ W}/\text{m}^2\text{K}^4 \quad (\text{ec. 13.22})$$

$$\text{Intensidad total asociada con la emisión del cuerpo negro: } I_b = \frac{E_b}{\pi} \quad (\text{ec. 13.23})$$

### Emisión de banda

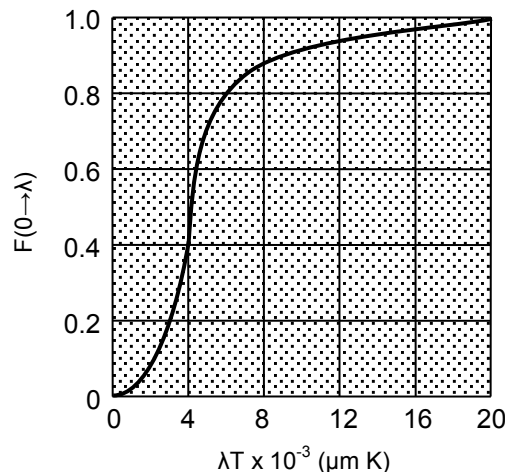


Figura 13.10. Fracción de la emisión total de cuerpo negro en la banda espectral de 0 a  $\lambda$  en función de  $\lambda T$ .

$$F_{(\lambda_1 \rightarrow \lambda_2)} \equiv \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} E_{\lambda,b} d\lambda - \int_0^{\lambda_1} E_{\lambda,b} d\lambda}{\sigma T^4} = F_{(0 \rightarrow \lambda_2)} - F_{(0 \rightarrow \lambda_1)} \quad (\text{ec. 13.25})$$



**TABLE 12.2** Blackbody Radiation Functions

$\lambda T$ ( $\mu\text{m} \cdot \text{K}$ )	$F_{(0 \rightarrow \lambda)}$	$I_{\lambda,b}(\lambda, T)/\sigma T^5$ ( $\mu\text{m} \cdot \text{K} \cdot \text{sr}$ ) <sup>-1</sup>	$\frac{I_{\lambda,b}(\lambda, T)}{I_{\lambda,b}(\lambda_{\text{max}}, T)}$
200	0.000000	$0.375034 \times 10^{-27}$	0.000000
400	0.000000	$0.490335 \times 10^{-13}$	0.000000
600	0.000000	$0.104046 \times 10^{-8}$	0.000014
800	0.000016	$0.991126 \times 10^{-7}$	0.001372
1,000	0.000321	$0.118505 \times 10^{-5}$	0.016406
1,200	0.002134	$0.523927 \times 10^{-5}$	0.072534
1,400	0.007790	$0.134411 \times 10^{-4}$	0.186082
1,600	0.019718	0.249130	0.344904
1,800	0.039341	0.375568	0.519949
2,000	0.066728	0.493432	0.683123
2,200	0.100888	$0.589649 \times 10^{-4}$	0.816329
2,400	0.140256	0.658866	0.912155
2,600	0.183120	0.701292	0.970891
2,800	0.227897	0.720239	0.997123
2,898	0.250108	$0.722318 \times 10^{-4}$	1.000000
3,000	0.273232	$0.720254 \times 10^{-4}$	0.997143
3,200	0.318102	0.705974	0.977373
3,400	0.361735	0.681544	0.943551
3,600	0.403607	0.650396	0.900429
3,800	0.443382	$0.615225 \times 10^{-4}$	0.851737
4,000	0.480877	0.578064	0.800291
4,200	0.516014	0.540394	0.748139
4,400	0.548796	0.503253	0.696720
4,600	0.579280	0.467343	0.647004
4,800	0.607559	0.433109	0.599610
5,000	0.633747	0.400813	0.554898
5,200	0.658970	$0.370580 \times 10^{-4}$	0.513043
5,400	0.680360	0.342445	0.474092
5,600	0.701046	0.316376	0.438002
5,800	0.720158	0.292301	0.404671
6,000	0.737818	0.270121	0.373965
6,200	0.754140	$0.249723 \times 10^{-4}$	0.345724
6,400	0.769234	0.230985	0.319783
6,600	0.783199	0.213786	0.295973
6,800	0.796129	0.198008	0.274128
7,000	0.808109	0.183534	0.254090
7,200	0.819217	$0.170256 \times 10^{-4}$	0.235708
7,400	0.829527	0.158073	0.218842
7,600	0.839102	0.146891	0.203360
7,800	0.848005	0.136621	0.189143
8,000	0.856288	0.127185	0.176079
8,500	0.874608	$0.106772 \times 10^{-4}$	0.147819
9,000	0.890029	$0.901463 \times 10^{-5}$	0.124801
9,500	0.903085	0.765338	0.105956
10,000	0.914199	$0.653279 \times 10^{-5}$	0.090442
10,500	0.923710	0.560522	0.077600
11,000	0.931890	0.483321	0.066913
11,500	0.939959	0.418725	0.057970
12,000	0.945098	$0.364394 \times 10^{-5}$	0.050448
13,000	0.955139	0.279457	0.038689
14,000	0.962898	0.217641	0.030131
15,000	0.969981	$0.171866 \times 10^{-5}$	0.023794
16,000	0.973814	0.137429	0.019026
18,000	0.980860	$0.908240 \times 10^{-6}$	0.012574
20,000	0.985602	0.623310	0.008629
25,000	0.992215	0.276474	0.003828
30,000	0.995340	$0.140469 \times 10^{-6}$	0.001945
40,000	0.997967	$0.473891 \times 10^{-7}$	0.000656
50,000	0.998953	0.201605	0.000279
75,000	0.999713	$0.418597 \times 10^{-8}$	0.000058
100,000	0.999905	0.135752	0.000019